

LEVEL ABSTRAKSI REFLEKSI MAHASISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA

Sikky El Walida¹, Anies Fuady²

^{1,2}Dosen Pendidikan Matematika FKIP Universitas Islam Malang

Email: ¹sikkywalida@gmail.com, ²fuadyanies@gmail.com,

Abstrak

Abstraksi berawal dari sebuah himpunan objek, kemudian objek tersebut dikelompokkan berdasarkan sifat dan hubungan penting, kemudian digugurkan sifat dan hubungan yang tidak penting. Pada penelitian ini abstraksi yang digunakan adalah abstraksi refleksi yaitu proses yang mengacu pada kemampuan mahasiswa untuk merekonstruksi atau mengungkapkan kembali dan mereorganisasi struktur yang diciptakan dari aktivitas dan interpretasi siswa sendiri kepada suatu situasi baru. Penelitian ini bertujuan ingin mengetahui level proses abstraksi refleksi mahasiswa. Level-level abstraksi refleksi dalam penelitian ini adalah : (1) Interiorisasi, (2) Koordinasi, (3) Enkapsulasi, (4) Generalisasi. Pemecahan masalah matematika dalam penelitian ini meliputi : (a) *understanding the problem* (memahami masalah), (b) *devising plan* (merencanakan pemecahan masalah), (c) *carrying out the plan* (melaksanakan rencana), dan (d) *looking back* (memeriksa kembali). Metode penelitian ini tergolong eksploratif dengan pendekatan deskriptif kualitatif. Penelitian ini mengungkap level abstraksi reflektif mahasiswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Masalah yang disajikan adalah tugas penyelesaian matematika (TPM). Abstraksi reflektif dilihat dari perilaku mahasiswa dalam menyelesaikan TPM. Proses abstraksi reflektif dikaji menggunakan langkah Polya. Tahapan penyelesaian Polya yaitu (1) memahami masalah, (2) merencanakan masalah, (3) menyelesaikan masalah, (4) memeriksa kembali..

Kata Kunci : abstraksi reflektif, pemecahan masalah, level abstraksi

PENDAHULUAN

Berpikir dapat didefinisikan sebagai proses menghasilkan representasi mental melalui transformasi informasi yang melibatkan interaksi secara kompleks. Atribut mental yang dimaksud adalah penilaian, abstraksi dan pemecahan masalah. Dalam berpikir untuk pembentukan konsep salah satunya dengan menggunakan abstraksi (*abstraction*). Skemp (1982) mendefinisikan abstraksi sebagai suatu aktivitas mental dimana seseorang tertarik memperhatikan kesamaan-kesamaan dari pengalamannya sehari-hari. Sejalan pendapat tersebut, Soedjadi (2000) mengatakan bahwa, abstraksi terjadi bila dari beberapa objek kemudian ‘digugurkan’ ciri atau sifat objek itu yang dianggap tidak penting, dan akhirnya

hanya diperhatikan atau diambil sifat penting yang dimiliki bersama. Abstraksi berawal dari sebuah himpunan objek, kemudian objek tersebut dikelompokkan berdasarkan sifat dan hubungan penting, kemudian digugurkan sifat dan hubungan yang tidak penting.

Menurut Piaget (dalam Gray dan Tall, 2007; Ozmantar dan Monaghan, 2007) membedakan tiga bentuk abstraksi, yaitu abstraksi empiris (*empirical abstraction*), abstraksi empiris semu (*psido-empirical abstraction*), dan abstraksi reflektif (*reflaction abstraction*). Abstraksi empiris adalah proses memperoleh pengetahuan dari sifat-sifat berbagai macam objek. Proses tersebut berkaitan pengalaman seorang subjek ketika melihat objek melalui pengalaman langsung dengan melihat sifat-sifat yang tampak dari luar suatu objek. Namun, pengetahuan yang terbentuk bersifat internal terjadi di dalam diri subjek. Menurut Piaget jenis abstraksi empiris ini dapat mengantarkan kemampuan mengekstraksi sifat-sifat umum objek dan mengantarkan pada generalisasi lanjutan.

Proses abstraksi empiris semu terjadi ketika subjek dihadapkan pada suatu objek kemudian menemukan sifat-sifat objek melalui proses membayangkan suatu tindakan yang dikenakan pada objek tersebut. Subjek berusaha membuat konfigurasi pada objek dalam ruang serta mencermati hubungan-hubungan yang mungkin terjadi. Dapat dikatakan bahwa, abstraksi empiris semu sebagai upaya melepaskan sifat-sifat kebendaan sebuah objek (sesuatu yang terlihat berdasar penampakan objek). Sebagai contoh dalam pembelajaran konsep pecahan adalah ketika siswa diminta untuk membayangkan bila sebuah kertas berbentuk persegi dilipat agar hasil lipatannya menyatakan bagian setengah dari keseluruhan.

Abstraksi yang ketiga adalah abstraksi reflektif disebut juga oleh Piaget sebagai koordinasi umum dari tindakan-tindakan yang bersumber pada diri subjek dan keseluruhannya terjadi secara internal. Proses ini mengantarkan subjek pada suatu jenis generalisasi yang berbeda bersifat konstruktif dan menghasilkan suatu bentuk sintesis baru diantara aturan khusus dalam memperoleh pengertian baru

Pada penelitian ini, abstraksi yang digunakan adalah abstraksi refleksi. Adapun aktivitas-aktivitas abstraksi yang terlibat, peneliti menggunakan level-level dari abstraksi menurut Dubinsky (2004) adalah sebagai berikut: (1) Level pertama adalah interiorisasi; (2) level kedua adalah koordinasi; (3) level ketiga adalah enkapsulasi; (4) level ke-empat adalah generalisasi

Kemampuan abstraksi siswa dalam memecahkan masalah sangat diperlukan, hal ini sesuai dengan pendapat Jonansen (1997) yang mengatakan bahwa hasil abstraksi mental seseorang adalah skema yang digunakan untuk mengerti sesuatu hal, menemukan jalan keluar atau memecahkan masalah. Dalam aktivitas pemecahan masalah pada suatu situasi, siswa sering menghubungkan aktivitas tersebut ke situasi pemecahan masalah berikutnya. Jika siswa telah mampu menghubungkan secara eksplisit metode penyelesaian masalah yang baru dengan masalah semula, penemuan seperti itu memberikan kesan bahwa konstruksi dari struktur abstrak dapat memungkinkan *problem solver* mempunyai antisipasi tentang sifat dan ruang lingkup dari aktivitas pemecahan masalah berikutnya, artinya mereka dapat “melihat” bahwa pemecahan masalah berikutnya dalam beberapa hal sama dengan pemecahan yang

telah mereka miliki. Ketika siswa memecahkan masalah, seharusnya menyadari akan apa yang diabstraksikan. Disini perlu dilihat apakah siswa mampu mengeksperimen atau mendemonstrasikan kesadarannya pada aktivitas pemecahan masalah, dan memberikan alasan-alasan terhadap keputusan atau kesimpulan yang diperoleh pada pemecahan masalah.

Menurut Polya (1973) pemecahan masalah adalah suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera bisa dicapai. Fenomena ini merupakan suatu hal yang memerlukan langkah atau strategi penyelesaian masalah dengan melibatkan proses berfikir. Polya menyusun prosedur pemecahan masalah dalam empat langkah pemecahan masalah sebagai berikut : 1. Memahami masalah (*understanding problem*), 2. Membuat rencana (*devising a plan*), 3. Melaksanakan rencana (*carrying out the plan*), 4. Memeriksa kembali (*looking back*). Langkah-langkah pemecahan tersebut hanyalah suatu sarana yang membantu untuk memudahkan dalam menyelesaikan masalah matematika. Peneliti berpendapat bahwa pemecahan masalah Polya dapat menunjukkan level abstraksi reflektif siswa. Oleh karena itu fokus dalam penelitian ini adalah mengkaji level abstraksi reflektif siswa dalam pemecahan masalah matematika, melalui komponen berfikir abstraksi yang dikaji dari pendapat ahli berfikir abstraksi sebagai pijakan peneliti dan juga kajian empiris dari observasi dan studi pendahuluan yang akan dilakukan oleh peneliti.

Level-level dalam Abstraksi

Ide Piaget dan von Glasersfeld mengenai abstraksi reflektif diaplikasikan oleh Dubinsky (2004) dan Goodson-Espy (1988) dalam penelitian yang lebih khusus, aksi pemecahan masalah atau pemahaman konsep yang dapat diobservasi, digunakan untuk mendefinisikan level-level dalam abstraksi reflektif. Dubinsky mendefinisikan level-level dalam abstraksi reflektif untuk mendeskripsikan proses pemahaman konsep (dalam proses pembelajaran), dan dideskripsikan level-level yang dicapai oleh mahasiswa ketika memecahkan masalah aljabar. Goodson-Espy menggunakan level-level tersebut dan menghubungkannya dengan teori Sfard dan Linchecki (1994), yaitu teori reifikasi (*reification*) untuk mendeskripsikan transisi mahasiswa ketika menggunakan aritmetika pada aljabar.

Level-level dalam aktivitas abstraksi menurut Dubinsky (2004) adalah sebagai berikut: Level pertama adalah interiorisasi, level kedua adalah koordinasi, level ketiga adalah enkapsulasi, dan level keempat adalah generalisasi. Level pertama adalah interiorisasi berarti merupakan konstruksi proses-proses internal untuk memahami fenomena yang dirasakan. Aktivitas berpikir dalam konstruksi ini adalah aktivitas menggali informasi-informasi yang diperlukan. Konstruksi interiorisasi diawali dengan kata kerja “membaca dan mengamati”.

Level kedua adalah koordinasi yaitu komposisi dua atau lebih proses untuk merekonstruksi proses baru atau mengkoordinasikan hasil interiorisasi. Konstruksi koordinasi diawali dengan kata kerja “mengkoordinasikan, menghitung”.

Level ketiga adalah enkapsulasi yaitu konversi dari (dinamis) proses menjadi (statis) objek. Dalam konstruksi ini, terjadi perubahan (konversi) dari proses ke dalam objek. Konstruksi enkapsulasi diawali dengan kata kerja “menetapkan”.

Level keempat adalah generalisasi yaitu menerapkan skema yang ada ke sekumpulan yang lebih luas dari fenomena, maka kita mengatakan bahwa skema telah umum. Generalisasi juga bisa terjadi ketika proses dirumuskan ke objek. Konstruksi koordinasi diawali dengan kata kerja “menggunakan”.

Suatu keistimewaan pada level-level abstraksi yang dikemukakan oleh Dubinsky tersebut bahwa level-level ini suatu tahapan untuk mendeskripsikan apakah seorang *problem solver* sadar atau tidak sadar pada konsep-konsep tertentu selama aktivitas pemecahan masalah mereka, dan membantu mengidentifikasi apakah seorang *problem solver* menggunakan metode penyelesaian sebelumnya atau apakah dia menggunakan metode pemecahan masalah yang baru (Goodson-Espy, 2005).

Pemecahan Masalah Matematika

Masalah matematika sering diartikan sebagai suatu pertanyaan atau soal yang memerlukan solusi atau jawaban. Suatu pertanyaan atau soal menjadi masalah apabila memenuhi dua syarat yaitu :

1. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa haruslah dapat dimengerti, namun pertanyaan tersebut harus merupakan tantangan baginya untuk menjawab atau tidak dijawab secara otomatis.
2. Pertanyaan tersebut tidak dapat dijawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa.

Berdasarkan pada kajian diatas, maka dalam penelitian ini penyelesaian masalah yang digunakan adalah sebagai berikut :

- a. Memahami masalah (*understanding the problem*) adalah mengidentifikasi apa yang diketahui dari soal dan mengidentifikasi apa yang hendak dicari, meliputi : memahami berbagai hal yang ada pada masalah seperti apa yang tidak diketahui, apa saja data yang tersedia, apa syarat-syaratnya dan sebagainya.
- b. Merencanakan (*devising a plan*) yaitu menyusun dan mempresentasikan data, memilih operasi, menulis kalimat aljabar, menemukan pertanyaan yang tersembunyi, dan memilih strategi penyelesaian.
- c. Melaksanakan rencana (*carrying out the plan*) menggunakan keterampilan berhitung, menggunakan aljabar dan geometri

Memeriksa kembali (*looking back*) meliputi mengecek hasilnya, apakah telah menjawab semua pertanyaan, apakah ad acara lain untuk mendapatkan hasil yang sama, dan menguji tahap pemecahan yang dihasilkan.

METODE

1. Jenis penelitian ini adalah eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Peneliti ingin menggali secara mendalam bagaimana level abstraksi reflektif mahasiswa dalam

memecahkan masalah pada materi perbandingan. Subyek dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester 4 kelas A 2016/2017 prodi pendidikan matematika. Prosedur pengumpulan data dilakukan dengan memberikan tes pemecahan masalah kepada mahasiswa kemudian melakukan wawancara tentang bagaimana subjek tersebut menyelesaikan pemecahan masalah. Proses analisis data dimulai dengan menelaah seluruh data yang tersedia dari berbagai sumber, yaitu hasil tes belajar tulis, wawancara, catatan lapangan dan rekaman video. Langkah berikutnya adalah menganalisis jawaban subjek, menguji relevansi dengan membandingkan data dan teori. Langkah terakhir yang dilakukan adalah menyimpulkan tentang abstraksi reflektif subjek yang diteliti.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari soal yang diberikan yaitu 5 orang tukang kayu membuat sebanyak 20 kursi dan 24 lemari selama 3 hari. Berapa hari dengan 10 orang tukang kayu untuk membuat 30 kursi dan 36 lemari ?

Pada langkah memahami masalah :

- a. Mahasiswa membaca soal yang diberikan
- b. Memahami apa yang diketahui dari soal yang diberikan
- c. Mengetahui apa yang ditanyakan dari soal
- d. Mengetahui hubungan antara yang diketahui dan ditanyakan dalam soal

Misalnya k kursi dan l lemari. Maka model matematikanya $20k + 24l$ dan $30k + 36l$

Langkah merencanakan pemecahan masalah

Informasi apa yang diperoleh dengan mengaitkan informasi sebelumnya

5 orang \longrightarrow $20k + 24l$ \longrightarrow 3 hari
 10 orang \longrightarrow $30k + 36l$ \longrightarrow x hari

Langkah menyelesaikan masalah sesuai rencana

Dengan menyamakan jumlah kursi dan lemari maka diperoleh :

$\frac{5}{2}$ orang \longrightarrow $10k + 12l$ \longrightarrow 3 hari
 $\frac{10}{3}$ orang \longrightarrow $10k + 12l$ \longrightarrow x hari

Dengan menggunakan perbandingan berbalik nilai

$$\frac{5}{2} (3) = \frac{10}{3} x$$

$$\frac{15}{2} = \frac{10}{3} x$$

$$x = \frac{45}{20}$$

$$x = 2\frac{1}{4} \text{ hari}$$

Langkah memeriksa kembali

Dengan mengganti nilai x pada persamaan

$\frac{15}{2} = \frac{10}{3} x$, ternyata hasil di ruas kiri sama dengan di ruas kanan.

Pembahasan Hasil Abstraksi Reflektif Mahasiswa dalam Memecahkan Masalah

| Langkah Pemecahan Masalah | Level Abstraksi Reflektif | Karakteristik dan Aktivitasnya |
|--------------------------------|---------------------------|---|
| Memahami Masalah | Interiorisasi | Mahasiswa dapat membaca dan memahami soal yang diberikan dengan merupakan masalah perbandingan |
| | Koordinasi | Mahasiswa mengkomposisikan masalah yang diberikan yaitu kursi dan lemari |
| | Enkapsulasi | Mahasiswa menentukan penyelesaian masalah dengan menetapkan perbandingan berbalik nilai |
| | Generalisasi | Mahasiswa menggunakan variabel x sebagai waktu yang dicari |
| Merencanakan Pemecahan Masalah | Interiorisasi | Mahasiswa memahami soal yang diberikan dengan menuliskan $20k + 24l$ untuk 5 orang dan $30k + 36l$ untuk 10 orang |
| | Koordinasi | Mahasiswa mengkoordinasikan dengan membagi 5 untuk orang sehingga diperoleh masing-masing untuk 1 orang |
| | Enkapsulasi | Mahasiswa menetapkan $\frac{20k+24l}{5}$ untuk 3 hari dan $\frac{32k+36l}{10}$ untuk x hari yang akan dicari |
| | Generalisasi | Mahasiswa menuliskan 1 orang $\frac{20k+24l}{5}$ 3 hari 1 orang $\frac{32k+36l}{10}$ x hari |

| | | |
|-----------------------|---------------|--|
| Menyelesaikan Masalah | Interiorisasi | Mahasiswa mencari waktu yang dicari dengan menuliskan persamaan $\left(\frac{20k + 24l}{5}\right)x = 3 \left(\frac{30k + 36l}{10}\right)$ |
| | Koordinasi | Mahasiswa mengkoordinasikan persamaan menjadi $x (20k + 24l) = \frac{3}{2} (30k + 36l)$ |
| | Enkapsulasi | Mahasiswa menetapkan $x = \frac{1,5 \cdot \frac{3}{2} (20k + 24l)}{20k + 24l}$ sebagai waktu yang dicari |
| | Generalisasi | Mahasiswa menuliskan waktu yang diperlukan selama $2\frac{1}{4}$ hari sebagai hasil akhir |
| Memeriksa Kembali | Interiorisasi | Mahasiswa dapat mengamati kembali waktu yang dibutuhkan untuk membuat 30 kursi dan 36 lemari oleh 10 tukang adalah $2\frac{1}{4}$ hari |
| | Koordinasi | Mahasiswa mengorganisir struktur matematika dengan menghubungkan soal dengan perbandingan berbalik nilai |
| | Enkapsulasi | Mahasiswa dapat menetapkan hubungan nilai x dengan waktu yang dicari |
| | Generalisasi | Mahasiswa menggunakan hasil konstruksinya untuk menyusun kesimpulan akhir bahwa waktu yang diperlukan selama $2\frac{1}{4}$ hari |

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisa data dan kajian pustaka, maka dapat disimpulkan bahwa level abstraksi reflektif mahasiswa semester 4 kelas A 2016/2017 prodi pendidikan matematika Universitas Islam Malang telah menunjukkan aktivitas-aktivitas pada level-level abstraksi reflektif berdasarkan pendapat Dubinsky yang meliputi interiorisasi, koordinasi, enkapsulasi dan generalisasi.

DAFTAR RUJUKAN

- Cifarelli, V. V. 1988. *“The role of abstraction as a learning process in mathematical problem solving”* Doctoral dissertation. Purdue University. Indiana. USA
- Creswell, J. W. 2010. *Research Design (Pendekatan Kualitatif, Kuantitatif, dan Mixed)*. Yogyakarta. Pustaka Pelajar.
- Drayfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). “The construction of abstract knowledge in inter-action”. *Cognitive Science Quarterly, I*. 307-368.
- Ferrari, P.L. 2003. *Abstraction in Mathematics*. Philosophical Transactions of the Royal Society. London. 358, 1225-1230.
- Goodson-Espy, T. 1998. “The roles of reification and reflective abstraction in the development of abstract thought: Transitions from arithmetic to algebra”. *Educational Studies in Mathematics*. 36, 219-245.
- Goodson-Espy, T. 2008. *Why Reflective Abstraction Remains Relevant in Mathematics Education Research*. In Lloyd, G.M., Wilson, M., Wilkins, J.L. M. & Behm, S.L. (Eds). Proceedings of the 27th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Appalachian State University.
- Jirotkova, D, Littler, G.H., Classification Leading to Structure, [on-line]. <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/3/JirotkovaLittler.pdf>. Diakses 20 April 2015.
- Krulik, S. Rudnick, J. & Milou, E. 2003. *Teaching Mathematics in Middle School A Practical Guide*. Boston
- Milas, M.B & Haberman, A.M.1994. *Qualitative Data Analysis, Second Edition*, London. Sage Publication
- Mitchelmore, M. C., White, P. 2007. Abstraction in Mathematics Learning. *Journal for Research in Mathematics Education.*, Vol. 19, No. 2, 1-9
- Moleong, J Lexy.2013. *Metodologi Penelitian Kualitatif Edisi Revisi*. PT. Remaja Rosdakarya Bandung
- Ozmantar, M.S., & Monaghan, J. 2007. “A dialectical approach to the formation of mathe-